

潜水 Boulton 井流模型水文地质参数解算的最优化方法

刘大海

(深圳市地质局 广东·深圳市 518023)

提 要 潜水 Boulton 井流模型是非稳定井流的代表性模型。该文利用国产最优化软件 1stOpt,使用非简化井函数求解潜水 Boulton 井流模型的水文地质参数。参数对比表明,求解参数优于 Mathcad 数学软件、手工配线及 Aquifer-Test 专业软件的解算结果。1stOpt 的特点是模型的水文地质参数初值由软件随机给出,求算的水文地质参数为全局最优解。

关键词 潜水 Boulton 非稳定流 水文地质参数 最优化 1stOpt Mathcad AquiferTest

Optimization Calculation Method for Hydrogeological Parameter of Phreatic Water Boulton Well Flow Model

Liu Dahai

(Shenzhen Geological Bureau)

Abstract Boulton well flow model of phreatic water is a typical model of unsteady well flow. In this paper, the hydrogeological parameters of Boulton well flow model of phreatic water is solved by using non-simplified well function and domestic optimization software 1stOpt. The parameter comparison shows that the solution parameters are better than the results by Mathcad mathematical software, manual wiring and AquiferTest professional software. The characteristic of 1stOpt software is the initial values of the hydrogeological parameters are given randomly by software. The obtained hydrogeology parameters are usually the global optimal solution.

Keywords phreatic water; Boulton; unsteady flow; hydrogeology parameters; optimization; 1stOpt; Mathcad, AquiferTest

1 引言

Theis 井流模型、越流井流模型及 Boulton 井流模型是非稳定井流的代表性模型。水文地质参数的计算机求解,前 2 个模型研究较多^[1-5],但 Boulton 井流模型的解算研究较少。主要原因在于后者的井函数计算较复杂,水文地质参数多达 4 个,解算难度较大。

井流模型水文地质参数的计算机求解,需要解决 2 个问题:井函数计算及水文地质参数的求解方法。

Boulton 井函数,为含 Bessel 函数的半无限积分,无解析表达式,需采用数值积分方法计算。

水文地质参数的求解,一般有方程(组)确定求

解及最优化求解。前者,陈凌颜、滕凯(2015)对潜水 Boulton 模型,分别选用早期及晚期数据各 3 对,用 3 点降深比值法形成非线性方程组(有确定解),求解方程组得到早期及晚期参数^[6]。该方法只利用试验的个别数据,参数解算精度受观测误差的影响。

最优化求解,一般基于最小二乘目标函数,是对参数寻优使目标函数(或残差)最小。该方法可利用试验的全部观测数据,基本消除了观测误差的影响。非稳定井流模型最优化问题为非线性问题,参数寻优比较困难。自编最优化程序相当困难,费时费力,利用专业化最优求解工具是解决问题的快捷之路。

采用 Maple、Matlab、Mathimatic、Mathcad 等通用数学工具以及诸如 Matlab、OriginPro、SAS、SPSS、DataFit、GraphPad 等最优化工具,最大的缺陷是均需给模型提供适当的参数初值,而参数初值的给定

作者简介:刘大海(1957-),男,教授级高级工程师,水文地质工程地质专业。

收稿日期:2016-05-20

颇为困难,对专业人员也非易事。

1stOpt 是国内七维高科有限公司研发的优化分析工具,是目前不依赖于人工给出参数初值的通用最优化软件,它具有独特全局优化算法,可以大概率找到全局最优解。本文以 1stOpt 最优化软件为工具,针对潜水 Boulton 模型,给出了水文地质参数全局最优化的解算方法,并与 Mathcad 软件、手工配线及专业水文地质软件 AquiferTest 的解算结果进行了对比。

2 Boulton 井流模型

2.1 井流模型

Boulton 井流模型,考虑了滞后给水作用,有 4 个水文地质参数,其降深 s 及非简化井函数 w 为^[7]:

$$s(T, S_e, S_d, \alpha, t) = \frac{Q}{4\pi T} \cdot w(T, S_e, S_d, \alpha, t) \quad (1)$$

$$w(T, S_e, S_d, \alpha, t) = \int_0^\infty 2J_0\left(\frac{\beta}{v} \cdot x\right) \cdot \frac{1}{x} \cdot \{1 - \exp(-\lambda_1) \cdot [\cosh(\lambda_2) + c \cdot \sinh(\lambda_2)]\} dx \quad (2)$$

井函数(2)不适宜用于数值计算,因为当 λ_2 较大时双曲函数 $\sinh(\lambda_2)$, $\cosh(\lambda_2)$ 易引起计算溢出,必须进行改写:

$$\sinh(\lambda_2) = \frac{e^{\lambda_2} - e^{-\lambda_2}}{2} \quad (3)$$

$$\cosh(\lambda_2) = \frac{e^{\lambda_2} + e^{-\lambda_2}}{2} \quad (4)$$

则,井函数(2)可以改写为适宜于数值计算的井函数(5):

$$w(T, S_e, S_d, \alpha, t) = \int_0^\infty J_0\left(\frac{\beta}{v} \cdot x\right) \cdot \frac{1}{x} \cdot [2 - (1+c) \cdot e^{-\lambda_1 + \lambda_2} - (1-c) \cdot e^{-\lambda_1 - \lambda_2}] dx \quad (5)$$

$$\text{其中 } \lambda_1 = \frac{\alpha t \eta (1+x^2)}{2} \quad (6)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha t \sqrt{\eta^2 (1+x^2)^2 - 4\eta x^2}}{2} \quad (7)$$

$$c = \frac{\alpha t \eta (1-x^2)}{2 \cdot \lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{1-x^2}{1+x^2} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{S_e + S_d}{S_e} \quad (9)$$

$$v = \sqrt{\frac{\eta - 1}{\eta}} = \sqrt{\frac{S_d}{S_e + S_d}} \quad (10)$$

$$D = \sqrt{\frac{1}{1440 \cdot \alpha} \cdot \frac{T}{S_d}} \quad (11)$$

$$\beta = r/D \quad (12)$$

在上述模型中, Q 为抽水量, m^3/d ; r 为抽水井

与观测井的距离, m ; t 为抽水延续时间, min ; T 为导水系数, m^2/d ; S_e 为弹性给水度, S_d 为疏干给水度, α 为延迟指数, $1/min$ 。

2.2 井函数计算

井函数的计算精度决定了水文地质参数的解算精度。

由于井函数(5)为半无限积分,且被积函数含震荡(衰减) Bessel 函数 $J_0(x)$, 积分计算颇为困难,井函数的计算需采用数值积分方法。在满足积分精度的前提下,可将半无限区间 $[0, \infty)$ 的积分截断成有限区间 $[0, b]$ 的积分,截断上限可取为 $b = 30$,其积分误差 < 0.01 。由于井函数为震荡积分,收敛较慢,根据计算,与积分限取至 $b = 100$ 相比,其参数的解算误差一般小于 10%。

函数 $J_0(x)/x$ 的变化见图 1。根据曲线变化特征,可将被积函数分为 3 个区段: $[0, 2.4]$ 为速降段, $[2.4, 10]$ 为大幅震荡段, $[10, 30]$ 为小幅震荡段。各区段可分别使用 10 点高斯数值积分以提高井函数的计算精度。

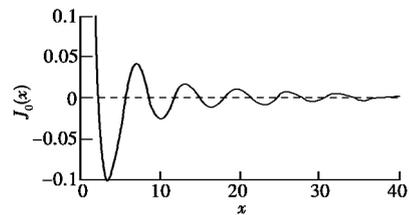


图 1 $J_0(x) - x$ 曲线

3 水文地质参数解算的最优化方法

基于最小二乘目标函数的非稳定井流模型的最优化问题,就是取实测降深 s_g 与理论降深 s 的二乘函数为目标函数 E ,并对水文地质参数寻优,使目标函数 E 最小(也即使 $s-t$ 曲线拟合误差最小):

$$\min E = \sum_{i=1}^m (s_i - s_{g_i})^2 \quad (13)$$

这是非线性最优化问题,求解较为困难。经典求解方法主要有列文伯格法(Levenberg-Maquardt)、共轭梯度法(Conjugate Gradient)、拟牛顿法(Quasi-Newton)等,其解依赖于输入的参数初值,为局部最优解而非全局最优解。

Mathcad 通用数学软件的最优化求解,是用最小误差函数 Minerr() 或最小化函数 Minimize() 求解目标函数来实现的,求解结果为局部最优解。其可选算法有列文伯格法、共轭梯度法、拟牛顿法等 3 种,算法可人为指定也可由软件自动选择。自动选择时,Minerr() 函数为列文伯格法,Minimize() 函数

为共轭梯度法。实际求解表明,Minimize()函数的求解结果严重依赖参数初值,甚至不收敛;Minerr()函数对参数初值的要求较为宽泛,易于求解,求解精度较高。本次采用Minerr()函数求解,自动选择最优优化算法。

AquiferTest专业软件,也是基于求解最小二乘目标函数实现的,使用单纯形法(Downhill Simplex Method)求解。

1stOpt软件,它提供了通用全局优化算法、稳健全局优化算法、简面体爬山法、经典局部最优化算法、遗传算法等12种最优化方法。该软件的最大特点是不需要提供参数初值而能得到全局最优解。对于非线性最优化,通用全局优化算法(Universal Global Optimization-UGO)通常是最佳选择。

1stOpt最优化,可对目标函数最优化,也可对 $s-t$ 曲线拟合最优化。后者求解代码更为简洁,代码结构由4部分组成:1)求解参数定义;2)变量定义;3)拟合函数定义;4)拟合数据。函数用Function定义,当函数较复杂时,可调用Basic或Pascal语言定义。本文采用曲线拟合最优化求解。

4 解算实例

实例选自文献[7],含水层为孔隙潜水含水层,井深40m左右,观测孔距抽水孔距离 $r=60\text{m}$,静止水位4.02m。抽水试验为定流量非稳定流,符合Boulton井流模型。试验抽水量 $Q=1440\text{m}^3/\text{d}$,观测孔的时间-降深试验数据(t_g-s_g)见表1。

1stOpt最优化软件、Mathcad数学软件、手工配线求解,及水文地质专业软件AquiferTest的求解结果见表2,根据解算结果绘制的实测数据与计算数据拟合图见图2,手工解算参数值引自文献[7]。

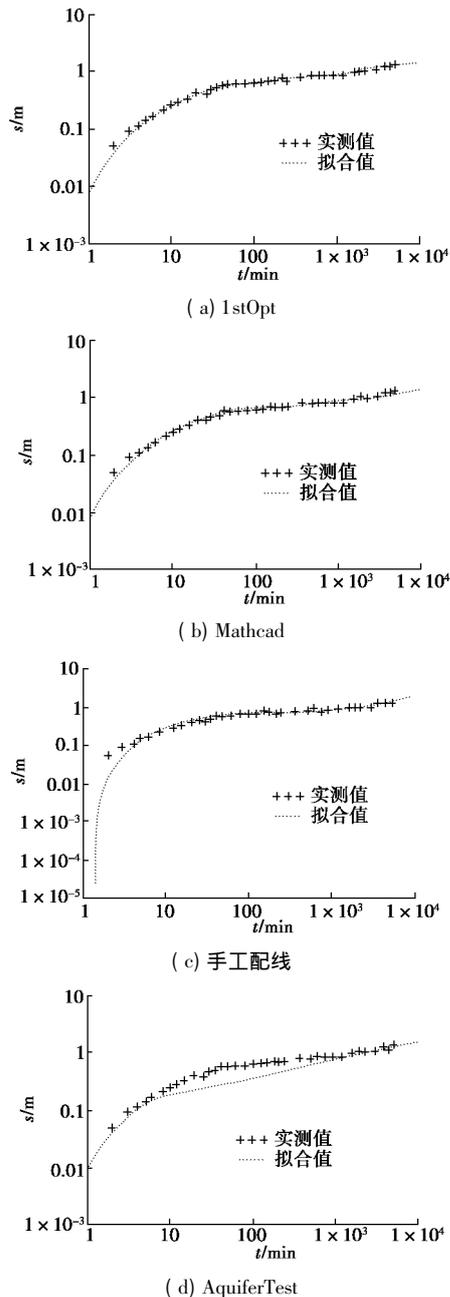
从表2及图2可知,1stOpt的解算结果与Mathcad的解算值1相当接近, $s-t$ 曲线拟合效果好,降深最大误差0.107m,出现在抽水初期,与观测误差有关;手工配线有一定的随意性,解算结果与1stOpt及Mathcad相差较大,降深最大误差0.165m;AquiferTest的解算结果除延迟指数 d 偏大一个数量级外,其它参数也与1stOpt解算值及Mathcad的解算值1相当, $s-t$ 拟合曲线仅在早期及晚期拟合较好,中期曲线拟合效果较差,降深最大误差达0.322m。

表1 Boulton井流模型抽水试验观测数据

序号	t_g/min	s_g/m									
1	1	0.030	11	20	0.400	21	150	0.690	31	1500	0.940
2	2	0.050	12	25	0.420	22	180	0.710	32	1800	1.030
3	3	0.090	13	30	0.460	23	210	0.710	33	2100	1.000
4	4	0.110	14	35	0.500	24	240	0.710	34	3000	1.090
5	5	0.150	15	40	0.550	25	360	0.770	35	3600	1.210
6	6	0.170	16	50	0.580	26	480	0.820	36	4200	1.130
7	8	0.220	17	60	0.590	27	600	0.880	37	4800	1.350
8	10	0.260	18	80	0.630	28	720	0.830	38		
9	12	0.300	19	100	0.640	29	900	0.860	39		
10	15	0.330	20	120	0.660	30	1200	0.840	40		

表2 Boulton井流模型水文地质参数解算结果对比表

项目	1stOpt V6版	Mathcad/V15版				手工配线	AquiferTest V2011版
		初值1	解算值1	初值2	解算值2		
导水系数 $T/(\text{m}^2 \cdot \text{d}^{-1})$	423.676	500.000	423.548	800.000	338.518	161.280	418.000
弹性给水系数 S_e	8.491E-04	1.000E-04	8.485E-04	5.000E-04	9.133E-04	6.200E-04	8.48E-04
疏干给水系数 S_d	8.183E-03	1.000E-02	8.189E-03	1.000E-01	1.600E-02	5.700E-02	8.48E-03
延迟指数 $\alpha/(1 \cdot \text{min}^{-1})$	1.058E-03	1.000E-03	1.058E-03	1.000E-03	8.209E-04	5.458E-04	1.11E-02
给水系数比值 S_d/S_e	9.637		9.651		17.519	91.935	10.000
目标函数值 E/m	3.800E-02		3.800E-02		0.040	1.640E-01	1.253E+00
降深最小误差 $/\text{m}$	1.935E-06		2.993E-06		1.635E-03	1.265E-03	7.996E-03
降深最大误差 $/\text{m}$	1.070E-01		1.070E-01		0.097	1.650E-01	3.220E-01

图2 Boulton 模型 $s-t$ 拟合曲线

5 结语

1stOpt 是目前不依赖于人工提供参数初值的通用最优化软件,其非线性最优化的核心,是独特的通用全局优化算法,可求出全局最优解。该软件非常适宜于多参数的非稳定井流模型的解算,其程序代码简洁,使用简单。本文采用了非简化的井函数解算潜水 Boulton 井流模型,1stOpt 的全局最优解相当令人满意。实例解算表明,Mathcad 通用数学软件最小误差函数 Minerr() 求得的局部最优解依赖于参数初值;AquiferTest 水文地质专业软件不需提供参数初值,除延迟指数 α 偏大一个数量级外,其它参数也与 1stOpt 求解参数相当,但 $s-t$ 中段曲线拟合效果较差,这反映了延迟指数 α 对曲线中段拟合的敏感性。

致谢 七维高科有限公司张伟先生在使用 1stOpt 软件方面给予了热情的帮助与指导,在此深表谢意!

参考文献

- [1] 刘诚明. 用降深比值法求解含水层参数. 工程勘察, 1983 (2): 44 ~ 46
- [2] 季国强. 袖珍计算机上的抽水试验资料分析方法. 北京: 中国建筑出版社, 1985. 73 ~ 81, 115 ~ 122
- [3] 王绍强. 水文地质参数微机计算方法系统研究. 勘察科学技术, 1987 (增刊): 1 ~ 8
- [4] 刘大海. 非稳定井流模型水文地质参数识别的 Mathcad 方法. 见: 深圳市地质学会. 2001 学术年会论文集. 武汉: 中国地质大学出版社, 2001: 31 ~ 38
- [5] 滕凯. 利用降深比值求解越补水文地质参数简化方法. 西北水电, 2015 (1): 16 ~ 19
- [6] 陈凌颜, 滕凯. 利用非稳定流求解潜水水文地质参数的降深比值 6 点法. 华北水利水电大学学报(自然科学版) 2015, 36(1): 16 ~ 19
- [7] 薛禹群, 朱学愚. 地下水动力学. 北京: 地质出版社, 1979. 198, 204 ~ 205